

航空发动机增益调度控制的多项式平方和规划方法

吴 斌^{1,2}, 黄金泉^{1,3}

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团公司 航空动力控制系统研究所, 江苏 无锡 214063;

3. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 针对现有的线性变参数(linear parameter varying, LPV)控制器设计方法都是关于仿射参数依赖系统而没有专门针对多项式描述的 LPV 系统这一现状, 提出了一种基于多项式平方和(sum of squares, SOS)规划的增益调度控制设计方法, 并将其用于转速大范围变化时的航空发动机高压转子转速及压比控制。根据发动机非线性模型获取不同转速下的状态空间模型, 并利用多项式拟合的方法建立发动机线性变参数模型。给出能够保证无静差的增益调度控制结构, 利用有界实定理和多项式平方和理论推导出能够保证闭环系统鲁棒稳定的 SOS 约束条件, 并形成控制器求解的 SOS 规划问题, 通过求解获得多项式描述的增益调度控制器。分别以 LPV 模型和发动机非线性模型为对象做阶跃仿真, 结果表明: 高压转子转速/发动机压比控制系统的调节时间在 2 s 以内, 稳态误差不超过 0.1%。

关 键 词: 航空发动机; LPV 模型; SOS; 鲁棒控制; 多项式; 增益调度

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Self-scheduled control method for aero-engine based on sum of squares programming of polynomial

WU Bin^{1,2}, HUANG Jin-quan^{1,3}

(1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,

College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Aviation Motor Control System Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Wuxi Jiangsu 214063, China;

3. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: Given that existing LPV (linear parameter varying) controller design methods is for affine system but not for polynomial LPV system, a self-scheduled control method based on SOS (sum of squares) programming was put forward for the high pressure rotor speed and pressure ratio controller design. The state-space models were obtained under different rotor speeds by non-linear model, and then these state-space models were used to get engine LPV model by polynomial fitting method. A self-scheduled control structure was proposed to ensure no static error. Combining bounded real theory with SOS theory, the robust

收稿日期: 2014-09-25

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(NP2012504); 中航工业产学研专项(HCA10001);

江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ12_0166)

作者简介: 吴斌(1985—), 男, 江苏大丰人, 博士生, 主要从事航空发动机控制研究。

通讯作者: 黄金泉(1963—), 男, 江苏泰兴人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机建模、控制和故障诊断研究。

stability conditions of the closed-loop system were obtained as SOS constraints, leading to the SOS programming to get gain scheduled controller. LPV model and engine nonlinear model were both used to examine the controller. Results show that the settling time of the high-pressure rotor speed/engine pressure ratio control system is less than 2s, and the steady state error is less than 0.1 percent.

Key words: aero-engine; linear parameter varying(LPV) model; sum of squares(SOS); robust control; polynomial; self-scheduled

线性控制理论是现代航空发动机数字电子控制设计主要依据之一,最常用的方法是针对某个稳态点进行性能分析和系统设计^[1].然而航空发动机是一个时变的、复杂的气动热力学系统,其本质为一个非线性系统,且其动态特性随着推力水平和飞行条件的变化而变化^[2].针对单点设计的控制器不可能满足发动机全运行范围内的要求.解决这一问题最常用的方法是针对不同点独立设计控制器,并通过切换的方法在发动机全运行范围内扩展应用.然而控制器间的切换往往带来稳定性问题,且还需保证不同控制器间的平滑过渡^[3].处理模型参数时变系统控制问题的另一种有效的方法是将被控对象描述为线性变参数(linear parameter varying, LPV)模型^[4].LPV模型是一种具有特殊结构的参数时变系统,可以用来描述动态特性大范围变化的系统,并可以利用常规线性鲁棒控制方法进行分析和综合^[5-6].相比于传统的控制方法,LPV设计方法是直接设计控制器而无需控制器之间的插值或切换,并且使用基于范数的性能度量,从而保证了运行范围内的鲁棒稳定性^[7].

近年来,多项式平方和(sum of squares, SOS)方法由于其在处理多项式非线性问题上的优势受到越来越多的关注^[8-9].而随着 Lyapunov 稳定性定理和鲁棒控制理论的发展,越来越多的多项式描述系统控制问题可以转化为 SOS 规划问题^[10-11].同时以多变量多项式 SOS 分解为基础的 SOSTOOLS 软件被开发出来,这大大推动了 SOS 在控制中的应用^[12].不同于已有的凸优化方法, SOS 方法根据参数依赖乘子推广应用了著名的 S-procedure,所获得的解具有更小的保守性^[13].这种方法以多变量多项式 SOS 分解为基础,所形成的数值计算方法可以用于可行性问题和优化问题的求解.其在处理多项式非线性问题上的高效性有力地补充了系统与控制理论中的线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)凸优化方法.

目前设计 LPV 控制器最有效的方法是将被控对象描述为多胞系统或者仿射参数依赖 LPV 系统,并利用单个或参数依赖 Lyapunov 函数将控制器的求解问题转化为 LMI 约束下的优化问题^[14].而多项式描述的 LPV 模型是特殊形式的仿射 LPV 模型,如果采用传统仿射参数依赖 LPV 控制器综合方法必然会增加保守性^[15].

针对上述缺点,本文结合多项式平方和理论提出了一种改进的增益调度 LPV 控制设计方法.首先给出了增益调度控制结构,该控制结构可以保证无静差且能够实现响应的快速性.在闭环控制系统设计中将多项式形式的 LPV 结构与鲁棒控制理论相结合,获得了控制器鲁棒稳定的 SOS 约束条件,最终将控制器求解问题转化为 SOS 规划问题.该设计方法直接对系数多项式进行处理,而无需将多项式描述的 LPV 模型看成仿射参数依赖模型,这大大减小了控制器求解过程中的保守性.最终将该设计方法用于某型小涵道比涡扇发动机跟踪控制问题,具体方法为:根据发动机非线性模型获取不同转速下的状态空间模型,并利用多项式拟合的方法获得发动机 LPV 模型.利用所提出的增益调度控制设计方法实现发动机大转速范围变化时转速和压比的控制.

1 问题描述

考虑如下多项式形式的 LPV 系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{u}_p \\ \mathbf{y}_p = \mathbf{C}_p(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{x}_p + \mathbf{D}_p(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{u}_p \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}_p \in \mathbf{R}^n$ 为对象状态, $\mathbf{y}_p \in \mathbf{R}^m$ 为测量输出, $\mathbf{u}_p \in \mathbf{R}^k$ 为控制输入, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^l$ 为随时间连续变化的调度参数向量,并可实时测量. $\mathbf{A}_p(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{B}_p(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{C}_p(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{D}_p(\boldsymbol{\theta})$ 是关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的多项式.调度参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的变化范围属于集合

$$\Theta = \{\boldsymbol{\theta} | g_i(\boldsymbol{\theta}) \geq 0, i = 1, \dots, l\} \quad (2)$$

式中 $g_i(\boldsymbol{\theta})$ 为关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的多项式.

考虑 H_∞ 控制中的指令跟踪问题, 控制指令为 $r \in \mathbf{R}^m$, 则输出偏差为

$$e = r - y_p \quad (3)$$

为了使系统的输出不存在稳态误差, 将偏差的积分增广为系统状态, 即

$$\dot{x}_e = \int e \quad (4)$$

选择输出偏差 e 和加权输入 ρu_p 作为系统的评价输出, 则广义被控对象的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta)x + B_1(\theta)r + B_2(\theta)u \\ z &= C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)r + D_{12}(\theta)u \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$x = \begin{bmatrix} x_p \\ x_e \end{bmatrix} \quad u = u_p \quad z = \begin{bmatrix} e \\ \rho u_p \end{bmatrix}$$

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} A_p(\theta) & 0 \\ -C_p(\theta) & 0 \end{bmatrix} \quad B_1(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

$$B_2(\theta) = \begin{bmatrix} B_p(\theta) \\ -D_p(\theta) \end{bmatrix} \quad C_1(\theta) = \begin{bmatrix} -C_p(\theta) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{11}(\theta) = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_{12}(\theta) = \begin{bmatrix} -D_p(\theta) \\ \rho I \end{bmatrix}$$

采用前馈加状态反馈的控制结构, 闭环控制系统如图1所示. 其中 $K_1(\theta)$, $K_2(\theta)$ 为多项式描述的增益调度控制器. 由于增广后的状态反馈控制往往调节时间过长^[16], 故引入前馈控制器 K_3 以改善系统的动态品质.

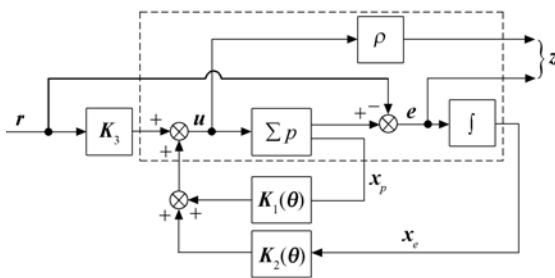


图1 控制系统结构

Fig. 1 Structure of control system

令 $K_{12}(\theta) = [K_1(\theta) \quad K_2(\theta)]$, 则闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{cl}(\theta)x + B_{cl}(\theta)r \\ z &= C_{cl}(\theta)x + D_{cl}(\theta)r \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$A_{cl}(\theta) = A(\theta) + B_2(\theta)K_{12}(\theta)$$

$$B_{cl}(\theta) = B_1(\theta) + B_2(\theta)K_3$$

$$C_{cl}(\theta) = C_1(\theta) + D_{12}(\theta)K_{12}(\theta)$$

$$D_{cl}(\theta) = D_{11}(\theta) + D_{12}(\theta)K_3$$

2 增益调度控制器综合

上述控制器设计问题可以描述为: 寻找控制器 $K_1(\theta)$, $K_2(\theta)$ 及 K_3 , 使得在全参数调度范围内闭环系统稳定且满足 H_∞ 性能指标 γ . 本节利用有界实定理推导出控制器存在的充分条件, 结合多项式平方和理论将有约束的控制器求解问题转化为 SOS 规划问题.

定义 1^[17] 对于多变量多项式 $h(x) = h(x_1, \dots, x_p)$, 如果存在多项式 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_q(x)$, 使得 $h(x) = \sum_{i=1}^q f_i^2(x)$, 则称 $h(x)$ 为 SOS.

显然, 由定义 1 可知, 若 $h(x)$ 为 SOS, 则 $h(x) \geq 0$.

定义 2^[17] 令 $P(\theta) \in \mathbf{R}(\theta)^{q \times q}$ 为关于 θ 的多项式对称矩阵, $y = [y_1, \dots, y_q]$ 为新变量组成的向量, 如果存在标量多项式 $y^T P(\theta) y \in \mathbf{R}(\theta, y)$ 为 SOS, 则认为 $P(\theta)$ 为 SOS 矩阵.

若 $y^T P(\theta) y$ 为 SOS, 则对任意 y 有 $y^T P(\theta) y \geq 0$, 因此 SOS 矩阵 $P(\theta) \geq 0$.

引理 1 (有界实定理)^[18] 设传递矩阵 $G(s) = (A, B, C, D)$, 则下列条件相互等价:

1) A 稳定, 且 $\|G\|_\infty < \gamma$ 成立;

2) 存在对称正定阵 P , 使以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

引理 2^[19] 如果存在 SOS 矩阵 $S_1(\theta), S_2(\theta), \dots, S_l(\theta)$, 使得 $E(\theta) - S_1(\theta)g_1(\theta) - \dots - S_l(\theta)g_l(\theta)$ 为 SOS 矩阵, 则对于所有 $\theta \in \Theta, \Theta = \{\theta | g_i(\theta) \geq 0, i=1, \dots, l\}$ 有

$$E(\theta) > 0 \quad (8)$$

引理 2 将一个有约束的矩阵不等式转化为无约束的 SOS 矩阵.

针对式(1)所描述的多项式形式 LPV 系统, 利用有界实定理可以将鲁棒增益调度控制器求解问题转化为 SOS 规划问题.

定义

$$\text{He}(A) = A + A^T \quad (9)$$

定理 1 对于如式(1)所示的 LPV 系统, 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 设 $v = [v_1 \quad \dots \quad v_n]^T$ 为任意变量组成的向量, 如果存在多项式矩阵 $M(\theta)$, 矩阵 N, K_3 , 满足下列条件:

1)

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^l S_i(\theta) g_i(\theta) \quad (10)$$

为 SOS 矩阵.

2)

$$\mathbf{v}^T \mathbf{N} \mathbf{v} \quad (11)$$

为 SOS 多项式.

式中

$$L(\theta) = -\text{He} \begin{bmatrix} A(\theta)N + B_2(\theta)M(\theta) & B_1(\theta) + B_2(\theta)K_3 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ C_1(\theta)N + D_{12}(\theta)M(\theta) & D_{11}(\theta) + D_{12}(\theta)K_3 & -\gamma I \end{bmatrix}$$

则闭环系统稳定且满足 H_∞ 性能指标 γ .

证明:由于式(10)是 SOS 矩阵,则由引理 2 可知

$$\text{He} \begin{bmatrix} A(\theta)N + B_2(\theta)M(\theta) & B_1(\theta) + B_2(\theta)K_3 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ C_1(\theta)N + D_{12}(\theta)M(\theta) & D_{11}(\theta) + D_{12}(\theta)K_3 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\theta \in \Theta \quad \Theta = \{\theta \mid g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, l\} \quad (12)$$

令 $M(\theta) = K_{12}(\theta)P^{-1}$, $N = P^{-1}$, 则式(12)化为

$$\text{He} \begin{bmatrix} (A(\theta) + B_2(\theta)K_{12}(\theta))P^{-1} & B_1(\theta) + B_2(\theta)K_3 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ (C_1(\theta) + D_{12}(\theta)K_{12}(\theta))P^{-1} & D_{11}(\theta) + D_{12}(\theta)K_3 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\theta \in \Theta \quad \Theta = \{\theta \mid g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, l\} \quad (13)$$

将闭环系统表达式(6)中的状态矩阵代入到式(13)可得

$$\begin{bmatrix} P^{-1}A_{cl}(\theta)^T + A_{cl}(\theta)P^{-1} & B_{cl}(\theta) & P^{-1}C_{cl}(\theta)^T \\ B_{cl}(\theta)^T & -\gamma I & D_{cl}(\theta)^T \\ C_{cl}(\theta)P^{-1} & D_{cl}(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\theta \in \Theta \quad \Theta = \{\theta \mid g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, l\} \quad (14)$$

将式(14)分别左乘和右乘 $\begin{bmatrix} P \\ I \\ I \end{bmatrix}$ 得到等

$$\min_{M(\theta), N, K_3} \gamma$$

$$\text{s. t.} \quad L(\theta) = \sum_{i=1}^l S_i(\theta) g_i(\theta)$$

价不等式

$$\begin{bmatrix} A_{cl}(\theta)^T P + P A_{cl}(\theta) & P B_{cl}(\theta) & P C_{cl}(\theta)^T \\ B_{cl}(\theta)^T P & -\gamma I & D_{cl}(\theta)^T \\ C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\theta \in \Theta \quad \Theta = \{\theta \mid g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, l\} \quad (15)$$

由引理 1 可知,全调度参数范围 Θ 内, $A_{cl}(\theta)$ 稳定,且满足 H_∞ 性能指标 γ .

证毕

定理 1 中性能指标 $\gamma > 0$ 需要预先给定,而实际应用中往往要求 γ 尽可能小.下面的定理给出了使 γ 极小的 SOS 规划问题.**定理 2** 对于如式(1)所示的 LPV 系统,如果存在多项式矩阵 $M(\theta)$, 矩阵 N, K_3 , 使得在全调度参数范围 Θ 内, 下列优化问题有解:为 SOS 矩阵, $\mathbf{v}^T \mathbf{N} \mathbf{v}$ 为 SOS 多项式.则 $K_{12}(\theta) = M(\theta)N^{-1}$, K_3 为使 γ 极小的鲁棒增益调度控制器.

定理 2 的证明与定理 1 类似,这里不再给出.

3 航空发动机增益调度控制

以某型小涵道比双轴涡扇发动机为研究对象^[20], 针对高压转子转速、压比回路设计增益调度控制器, 主要控制量为主燃油 W_f , 喷口面积 A_8 , 被控量为高压转子转速 n_h , 发动机压比 π . 小涵道比涡扇发动机的高压转子转速能够近似反映发动机的机械负荷和热负荷状况, 即高压转子转速能够快速、直接的反映系统状态的变化, 因此选用 n_h 为调度参数^[21]. 本文暂不考虑导叶角度变化带来的系统特性变化.

3.1 多项式形式的发动机 LPV 模型

采用目前常用的 LPV 建模方法^[21],即首先利用 Jacobian 线性化建模方法获得各稳态平衡点上的线性模型,再通过多项式拟合的方法建立 LPV 模型.线性模型中以低压转子转速增量 Δn_l 以及高压转子转速增量 Δn_h 作为状态量,以主燃油量增量 ΔW_f 和喷口面积增量 ΔA_8 作为输入量,以高压转子转速增量 Δn_h 和压比增量 $\Delta \pi$ 作为输出量.为了减小各参数间数量级上的差别,提高模型准确度,各参数均为相对于设计点的归一化值.同时将调度参数 n_h 归一化到 $[-1, 1]$,即 $\theta = \{\tilde{n}_h\}$,此时调度参数属于集合

$$\Theta = \{\tilde{n}_h | (1 - \tilde{n}_h^2) \geq 0\} \quad (16)$$

以地面条件(高度 $H=0$ km,马赫数 $Ma=0$)为设计点,在高压转子转速范围 $[0.8, 1]$ 内选取 13 个平衡点进行线性化从而获得线性模型,采用 2 阶多项式拟合各系数矩阵,模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_p &= \begin{bmatrix} a_{11}(\tilde{n}_h) & a_{12}(\tilde{n}_h) \\ a_{21}(\tilde{n}_h) & a_{22}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} b_{11}(\tilde{n}_h) & b_{12}(\tilde{n}_h) \\ b_{21}(\tilde{n}_h) & b_{22}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{y}_p &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c_{21}(\tilde{n}_h) & c_{22}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d_{21}(\tilde{n}_h) & d_{22}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} \mathbf{u}_p \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $\mathbf{x}_p = [\Delta n_l \ \Delta n_h]^T$, $\mathbf{u}_p = [\Delta W_f \ \Delta A_8]^T$, $\mathbf{y}_p = [\Delta n_h \ \Delta \pi]^T$,各多项式描述的系数为

$$\begin{aligned} a_{11}(\tilde{n}_h) &= 3.6477\tilde{n}_h^2 + 0.9570\tilde{n}_h - 5.9923, \\ a_{12}(\tilde{n}_h) &= 1.2320\tilde{n}_h^2 + 1.1630\tilde{n}_h + 3.3823, \\ a_{21}(\tilde{n}_h) &= 0.3542\tilde{n}_h^2 + 0.2970\tilde{n}_h + 0.2970, \\ a_{22}(\tilde{n}_h) &= 0.3655\tilde{n}_h^2 - 0.9117\tilde{n}_h - 2.7411, \\ b_{11}(\tilde{n}_h) &= -0.1731\tilde{n}_h^2 - 0.0597\tilde{n}_h + 0.9945, \\ b_{12}(\tilde{n}_h) &= -0.3620\tilde{n}_h^2 + 0.2860\tilde{n}_h + 1.7336, \\ b_{21}(\tilde{n}_h) &= -0.0455\tilde{n}_h^2 - 0.0973\tilde{n}_h + 0.6452, \\ b_{22}(\tilde{n}_h) &= 0.0288\tilde{n}_h^2 - 0.0925\tilde{n}_h + 0.0892, \\ c_{21}(\tilde{n}_h) &= -0.8812\tilde{n}_h^2 - 0.3516\tilde{n}_h + 1.0121, \\ c_{22}(\tilde{n}_h) &= -0.0660\tilde{n}_h^2 - 0.0018\tilde{n}_h + 0.2601, \\ d_{21}(\tilde{n}_h) &= 0.0197\tilde{n}_h^2 - 0.0209\tilde{n}_h + 0.1858, \\ d_{22}(\tilde{n}_h) &= 0.0788\tilde{n}_h^2 - 0.0604\tilde{n}_h - 0.5940 \end{aligned}$$

限于篇幅,本文仅给出系数阵 $A_p(\tilde{n}_h)$ 的拟合结果(图 2~图 5).图中光滑连续曲线为拟合的结果,虚线为各个拟合点的连接线.

为了检验所获得 LPV 模型的精度,本文给出了转速 $n_h = 0.9428$ 处, $\mathbf{u}_p$ 分别给 $[0.02 \ 0]$ 和 $[0 \ 0.02]$ 时 LPV 模型与非线性模型^[19]的响应

结果(图 6~图 9,图中 t 表示时间).图中实线和虚线分别为非线性模型和 LPV 模型的动态响应.

由图 6~图 9 可以看出开环 LPV 模型小范围内的阶跃响应几乎和非线性模型完全重合,能够精确反映原系统的动态特性.

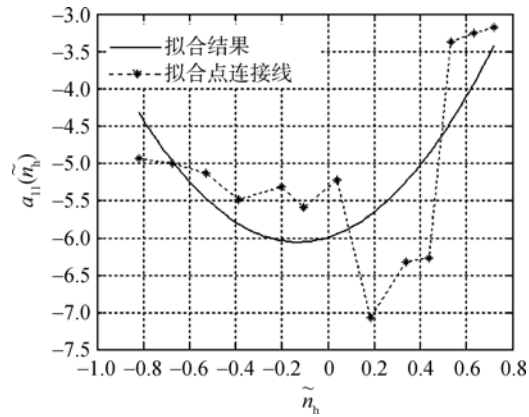


图 2 $a_{11}(\tilde{n}_h)$ 的拟合曲线

Fig. 2 Fitting curve of $a_{11}(\tilde{n}_h)$

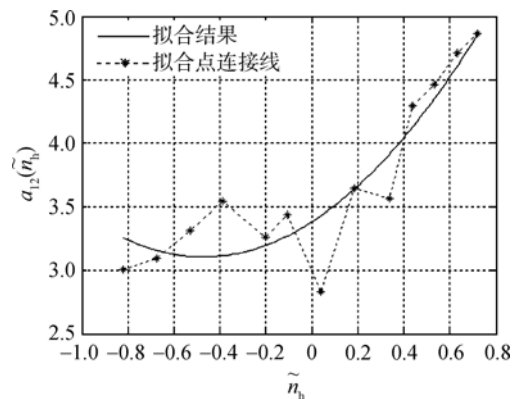


图 3 $a_{12}(\tilde{n}_h)$ 的拟合曲线

Fig. 3 Fitting curve of $a_{12}(\tilde{n}_h)$

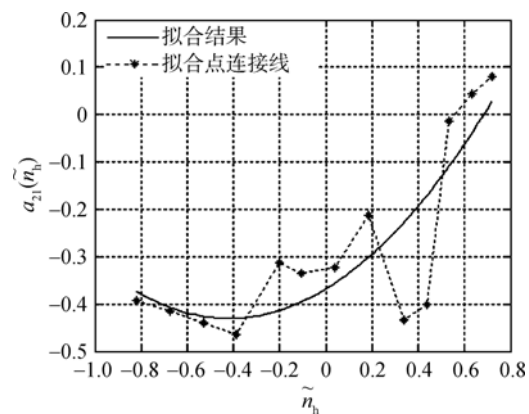
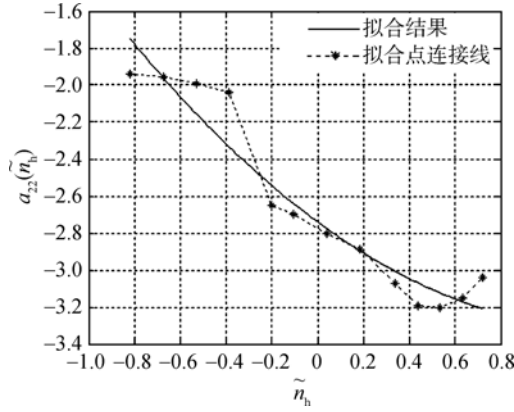
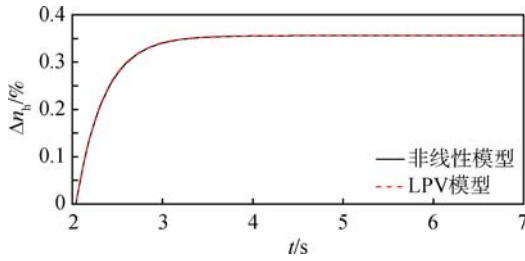
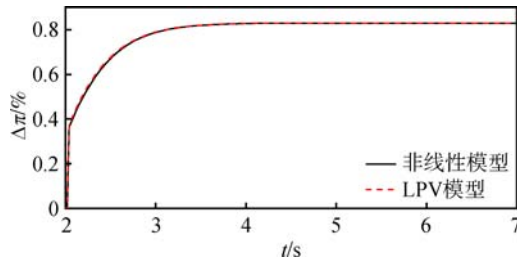
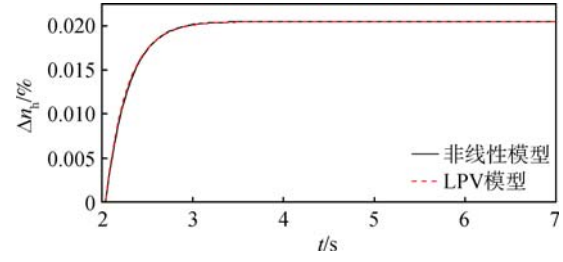
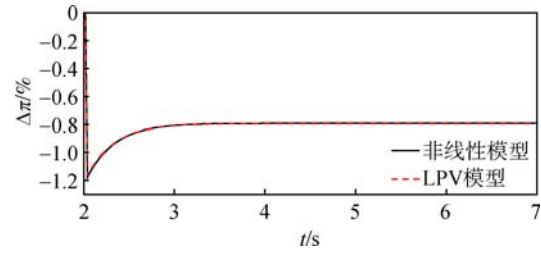


图 4 $a_{21}(\tilde{n}_h)$ 的拟合曲线

Fig. 4 Fitting curve of $a_{21}(\tilde{n}_h)$

图5 $a_{22}(\tilde{n}_h)$ 的拟合曲线Fig. 5 Fitting curve of $a_{22}(\tilde{n}_h)$ 图6 $u_p = [0.02 \ 0]$ 时高压转速的响应曲线Fig. 6 Response curves of high pressure rotor speed when $u_p = [0.02 \ 0]$ 图7 $u_p = [0.02 \ 0]$ 时压比的响应曲线Fig. 7 Response curves of pressure ratio when $u_p = [0.02 \ 0]$ 图8 $u_p = [0 \ 0.02]$ 时高压转速的响应曲线Fig. 8 Response curves of high pressure rotor speed when $u_p = [0 \ 0.02]$ 图9 $u_p = [0 \ 0.02]$ 时压比的响应曲线Fig. 9 Response curves of pressure ratio when $u_p = [0 \ 0.02]$

3.2 控制器综合

利用增广方法将式(17)所描述的 LPV 模型写成如式(2)所描述的广义被控对象,其中 $r = [\Delta n_{h,r} \ \Delta \pi_r]^T$, $x_e = [\int e_{n_h} \ \int e_{\pi}]^T$, $\Delta n_{h,r}$ 和 $\Delta \pi_r$ 分别为高压转速和压比指令, e_{n_h} 和 e_{π} 分别为高压转速和压比误差. 选择加权系数 $\rho = 0.001$, $S_1(\tilde{n}_h)$ 采用 4 阶多项式矩阵描述,按照定理 2 构造 SOS 规划问题,求解获得最小 H_{∞} 性能指标 $\gamma = 1.012$,而采用仿射参数依赖系统综合方法保证系统稳定的最小 H_{∞} 性能指标 $\gamma = 1.973$,可见直接对系数多项式进行处理可以有效减小保守性. 所获得的正定矩阵及控制器为

$$P = \begin{bmatrix} 0.000310 & 0.000186 & -0.000403 & -0.000205 \\ 0.000186 & 0.000887 & -0.000656 & -0.000589 \\ -0.000403 & -0.000656 & 0.001132 & 0.000334 \\ -0.000205 & -0.000589 & 0.000334 & 0.001041 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$K_1(\theta) = \begin{bmatrix} -0.571456\tilde{n}_h^2 - 0.022566\tilde{n}_h - 0.739443 & -1.348269\tilde{n}_h^2 + 0.037038\tilde{n}_h - 2.218615 \\ -0.171935\tilde{n}_h^2 + 0.185594\tilde{n}_h + 1.005026 & -0.109494\tilde{n}_h^2 + 0.458292\tilde{n}_h + 2.284024 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$K_2(\theta) = \begin{bmatrix} 1.365099\tilde{n}_h^2 - 0.080028\tilde{n}_h + 1.965983 & 1.049978\tilde{n}_h^2 + 0.057574\tilde{n}_h + 1.591589 \\ 0.184957\tilde{n}_h^2 - 0.831484\tilde{n}_h - 1.545757 & -0.259279\tilde{n}_h^2 - 0.116783\tilde{n}_h - 5.435508 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 5.640132 & 0.001371 \\ 0.000262 & 1.802114 \end{bmatrix} \quad (21)$$

4 仿真分析

4.1 针对 LPV 模型的仿真

将式(17), $\mathbf{K}_1(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{K}_2(\boldsymbol{\theta})$ 及 $\mathbf{K}_3$ 带入到如图 1 所示的控制结构中, 形成如式(3)所示的闭环 LPV 系统. 初始状态均设为零, 给指令信号 $\mathbf{r} = [0.05 \ 0.15]$, 闭环 LPV 系统的状态响应和控制输出 $\mathbf{y}_p$ 的响应如图 10~图 11 所示. 式中 x_{e1} , x_{e2} 表示式(4)中的两个增广状态量.

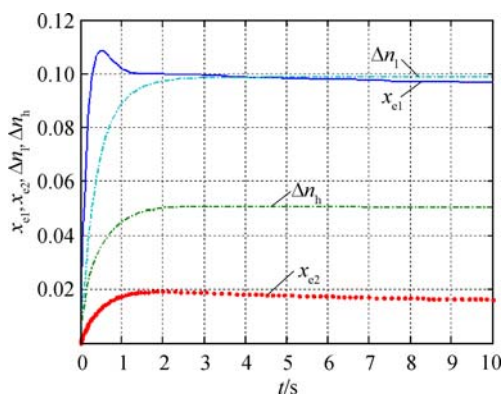


图 10 LPV 系统状态响应曲线

Fig. 10 Response curves of LPV system state

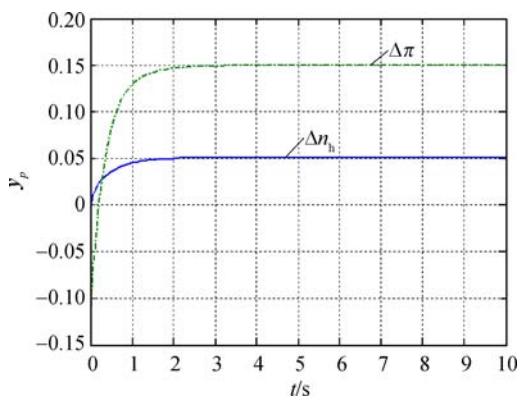


图 11 控制输出响应曲线

Fig. 11 Response curves of control output

4.2 针对非线性模型的仿真

根据 3.2 章节中的方法分别在地面点和 $H=10 \text{ km}$, $Ma=1.1$ 处设计增益调度控制器, 针对非线性动态热力学模型做阶跃仿真, 仿真结果如图 12~图 15 所示.

由图 12~图 15 可以看出双变量增益调度控制器响应速度较快, 控制精度较高, 具有一定的解

耦性能, 小范围和大范围阶跃均具有较好的控制效果.

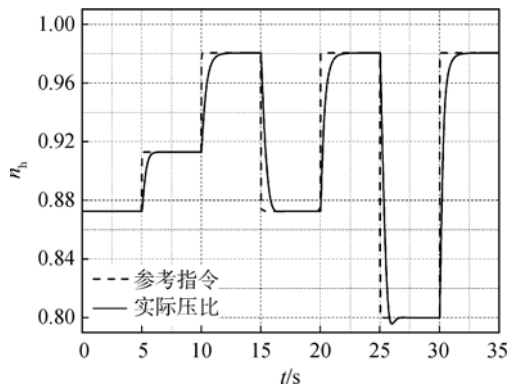


图 12 $H=0 \text{ km}$, $Ma=0$ 高压转速响应曲线

Fig. 12 Response curves of high pressure rotor speed when $H=0 \text{ km}$, $Ma=0$

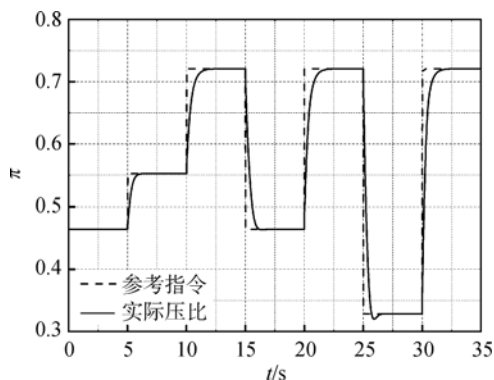


图 13 $H=0 \text{ km}$, $Ma=0$ 压比响应曲线

Fig. 13 Response curves of pressure ratio when $H=0 \text{ km}$, $Ma=0$

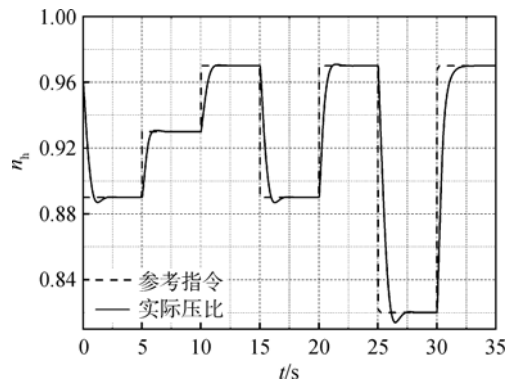
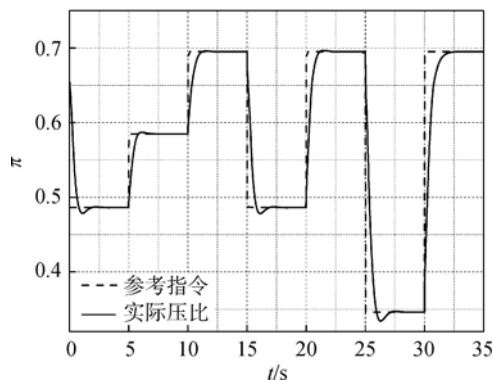


图 14 $H=10 \text{ km}$, $Ma=1.1$ 高压转速响应曲线

Fig. 14 Response curves of high pressure rotor speed when $H=10 \text{ km}$, $Ma=1.1$

图 15 $H=10\text{ km}$, $Ma=1.1$ 压比响应曲线Fig. 15 Response curves of pressure ratio when $H=10\text{ km}$, $Ma=1.1$

5 结 论

针对现有的 LPV 控制器设计方法都是关于仿射参数依赖系统而没有专门针对多项式描述的 LPV 系统这一现状,本文提出了一种直接对系数多项式进行处理的增益调度控制求解方法.利用有界实定理及多项式平方和理论将多项式形式的 LPV 系统增益调度控制设计问题转化为 SOS 规划问题,并通过 SOS 工具箱进行求解.所获得的控制器不仅能够保证闭环稳定性,而且可以保证全参数变化范围内的控制性能.同时相对于仿射参数依赖系统处理方法,该方法可以有效减少保守性.最终将提出的设计方法用于航空发动机大转速范围变化时转速和压比的控制,结果表明在全转速范围内均具有较好的控制效果.

参考文献:

- [1] 吴君凤,郭迎清. 发动机稳态与过渡态控制集成设计仿真验证[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1436-1440.
WU Junfeng, GUO Yingqing. Design and simulation of aero-engine steady-state and transient-state control integration[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6): 1436-1440. (in Chinese)
- [2] 黄金泉,仇小杰,鲁峰,等. 航空发动机性能恢复控制方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(7): 1595-1604.
HUANG Jinquan, QIU Xiaojie, LU Feng, et al. Performance recovery control method for aircraft engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7): 1595-1604. (in Chinese)
- [3] 王曦,林永霖,吴永康. H_∞ 控制在飞行/推进综合控制系统中的应用[J]. 航空动力学报, 2004, 19(5): 695-702.
WANG Xi, LIN Yonglin, WU Yongkang. H_∞ control applied in integrated flight and propulsion control systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5): 695-702. (in Chinese)
- [4] Bumroongsri P, Kheawhom S. MPC for LPV systems based on parameter-dependent Lyapunov function with perturbation on control input strategy[J]. Engineering Journal, 2012, 16(2): 61-72.
- [5] Lu B, Wu F. Switching LPV control for high performance tactical aircraft[R]. AIAA-2010-7903, 2010.
- [6] Li S Q, Zhang S X. A modified LPV modeling technique for turbofan engine control system[R]. Taiyuan: International Conference on Computer Application and System Modeling, 2010.
- [7] Giarre L, Bauso D, Falugi P, et al. LPV model identification for gain scheduling control: an application to rotating stall and surge control[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(4): 351-361.
- [8] Jean B L. Global optimization with polynomials and the problem of moments[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001, 11(3): 796-817.
- [9] Scherer C W. LMI relaxation in robust control[J]. European Journal of Control, 2006, 12(1): 3-29.
- [10] Anirudha M, Amir A A, Russ T. Control design along trajectories with sums of squares programming[R]. Karlsruhe: International Conference on Robotics and Automation, 2013.
- [11] Kazuo T, Hiroto Y, Hiroshi O, et al. A sum of squares approach to modeling and control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems[J]. IEEE Transactions On Fuzzy Systems, 2009, 17(4): 911-922.
- [12] Karin G, Pablo A P. Symmetry groups, semidefinite programs and sums of squares[J]. Journal of Pure and Applied Algebra, 2004, 192(1/2/3): 95-128.
- [13] Wu F, Prajna, S. A new solution approach to polynomial LPV system analysis and synthesis[R]. Boston: American Control Conference, 2004.
- [14] Wu F, Packard A, Gary B. Systematic gain-scheduling control design: a missile autopilot example[J]. Asian Journal of Control, 2002, 4(3): 341-347.
- [15] 韩小宝,王仲生. 涡扇发动机早期退化性能的线性变参数估计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 98-103.
HAN Xiaobao, WANG Zhongsheng. Linear parameter varying estimation for early deteriorated turbofan engine performance parameter[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(1): 98-103. (in Chinese)
- [16] 孙立国,孙健国,张海波,等. 基于直升机/发动机非线性综合仿真模型的增广 LQR 控制器设计[J]. 航空动力学报, 2010, 25(2): 471-477.
SUN Liguang, SUN Jianguo, ZHANG Haibo, et al. Augmented linear quadratic regulator controller design based on non-linear integrated helicopter/ engine model[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 471-477. (in Chinese)
- [17] Ufuk T, Andrew P, Peter S, et al. Stability region analysis using simulations and sum-of-squares programming[R]. New York: American Control Conference, 2007.
- [18] Wilfried G, Didier H, Jacques B, et al. Polynomial LPV

- synthesis applied to turbofan engines[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(9): 1077-1083.
- [19] Dimitri P B. Nonlinear programming[M]. Nashua: Athena Scientific, 1999.
- [20] Nan L, Jinquan H, Feng L. Multivariable PID parameters tuning method based on model matching on frequency domain for aero-engine[R]. Wollongong: International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics(AIM), 2013.
- [21] 樊思齐. 航空发动机控制: 下册 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.

(编辑: 王碧琚)